Fichier 3 de révision

Exercice 1

L'éco-conduite est un comportement de conduite plus responsable permettant de :

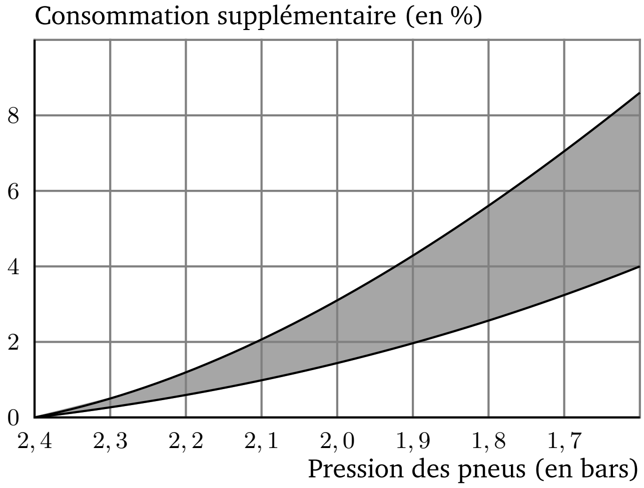
- ✔ réduire ses dépenses : moins de consommation de carburant et un coût d'entretien du véhicule réduit ;
- ✔ limiter les émissions de gaz à effet de serre ;
- ✔ réduire le risque d'accident de 10 à $15\,\%$ en moyenne.

1) Un des grands principes est de vérifier la pression des pneus de son véhicule. On considère des pneus dont la pression recommandée par le constructeur est de $2,4$ bars.

   a) Sachant qu'un pneu perd environ $0,1$ bar par mois, en combien de mois la pression des pneus sera descendue à $1,9$ bar, s'il n'y a eu aucun gonflage ?

   b) Le graphique ci-contre donne un pourcentage approximatif de consommation supplémentaire de carburant en fonction de la pression des pneus (zone grisée) :

   D'après le graphique, pour des pneus gonflés à $1,9$ bars alors que la pression recommandée est de $2,4$ bars, donner un encadrement approximatif du pourcentage de la consommation supplémentaire de carburant.



source : *www.eco-drive.ch*

2) Paul a remarqué que lorsque les pneus étaient correctement gonflés, sa voiture consommait en moyenne 6 L aux 100 km. Il décide de s'inscrire à un stage d'éco-conduite afin de diminuer sa consommation de carburant et donc l'émission de CO_2.

   En adoptant les principes de l'éco-conduite, un conducteur peut diminuer sa consommation de carburant d'environ $15\,\%$. Il souhaite, à l'issue du stage, atteindre cet objectif.

   a) Quelle sera alors la consommation moyenne de la voiture de Paul ?

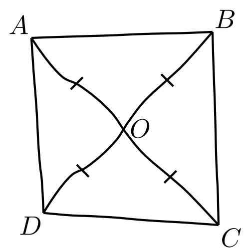
   b) Sachant qu'il effectue environ 20 000 km en une année, combien de litres de carburant peut-il espérer économiser ?

   c) Sa voiture roule à l'essence sans plomb. Le prix moyen est 1,35 €/L.
   Quel serait alors le montant de l'économie réalisée sur une année ?

   d) Ce stage lui a coûté 200 €. Au bout d'un an peut-il espérer amortir cette dépense ?

Exercice 2

La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.
Elle représente un quadrilatère ABCD dont les diagonales se croisent en un point O.
On donne : OA $= 3,5$ cm et AB $= 5$ cm.
On s' intéresse à la nature du quadrilatère ABCD qui a été représenté.



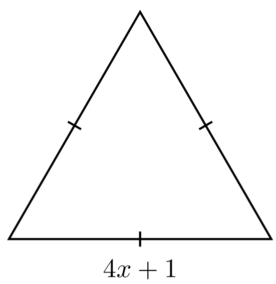
1) Peut-on affirmer que ABCD est un rectangle ?

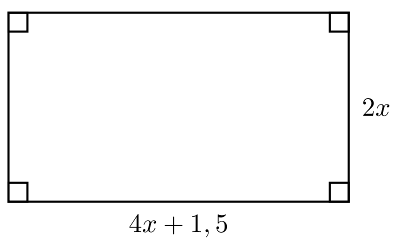
2) Peut-on affirmer que ABCD est un carré ?

Exercice 3

Partie I

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètre.
On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





1) Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$.

2) a) Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.

   b) Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?

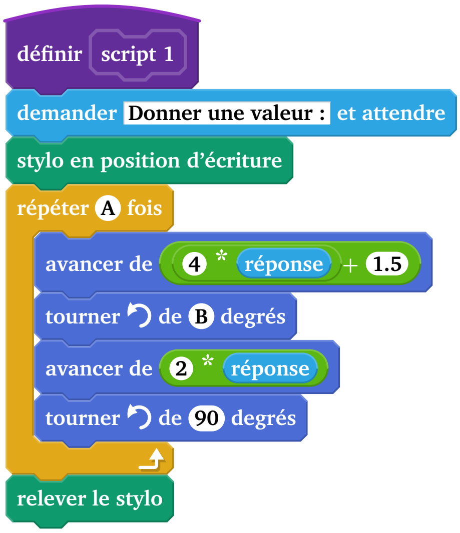
3) Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ? Justifier.

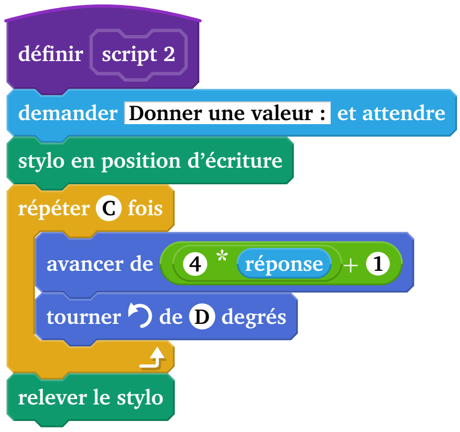
Partie II

On a créé les scripts (ci-contre) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la **partie I**.

Dans ces deux scripts, les lettres A, B, C et D remplacent des nombres.

Donner des valeurs à A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de la **partie 1** et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.





Exercice 4

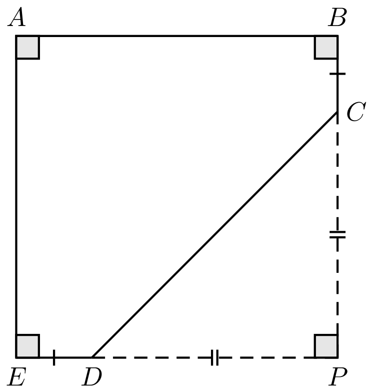
On a construit un bac à sable pour enfants.

Ce bac a la forme d'un prisme droit de hauteur 15 cm. La base de ce prisme droit est représentée par le polygone ABCDE ci-dessous :

Attention la figure n'est pas construite à la taille réelle.

On donne :

- ✔ PC = PD = 1,30 m
- ✔ ED = BC = 40 cm
- ✔ E, D, P sont alignés
- ✔ B, C, P sont alignés



1) Calculer CD. Arrondir au centimètre près.
2) Justifier que le quadrilatère ABPE est un carré.
3) En déduire le périmètre du polygone ABCDE.
   Arrondir au centimètre près.
4) On a construit le tour du bac à sable avec des planches en bois de longueur $2,40$ m et de hauteur 15 cm chacune.
   De combien de planches a-t-on eu besoin ?
5) Calculer, en m^2, l'aire du polygone ABCDE.
6) A-t-on eu besoin de plus de 300 L de sable pour remplir complètement le bac ?

Rappel : Volume d'un prisme droit $=$ aire de la base $\times$ hauteur

Exercice 5

Lors d'un voyage à Osaka, Jade a mangé des TAKOYAKI (gâteaux japonais) qu'elle veut refaire chez elle.
Pour cela, elle dispose d'une plaque de cuisson comportant plusieurs moules à gâteaux. Tous les moules sont identiques.
Chaque moule a la forme d'une demi-sphère de rayon 3 cm.
Rappels : 1 L = 1 dm^3

Volume d'une boule de rayon r : $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times r^3$

1) Calculer le volume d'un moule $\left(\text{en } cm^3\right)$, arrondir le résultat au dixième.
2) Dans cette question, on considère que le volume d'un moule est de 57 cm^3.

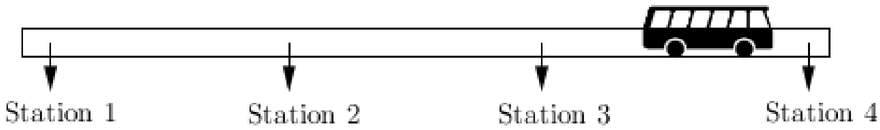
   Jade a préparé 1 L de pâte. Elle doit remplir chaque moule aux $\dfrac{3}{4}$ de son volume.

   Combien de TAKOYAKI peut-elle faire ? Justifier la réponse.

Exercice 6

Calédorail est un projet de bus qui relierait différents points stratégiques de la ville de Nouméa.

1) **Longueur de la ligne**



La distance moyenne entre deux stations est d'environ 450 mètres. Estimer la distance entre la station 1 et la station 4.

2) **Vitesse moyenne**

Le bus Calédorail mettrait 24 minutes pour effectuer un trajet de 9,9 km.

Quelle serait sa vitesse moyenne en km/h ?

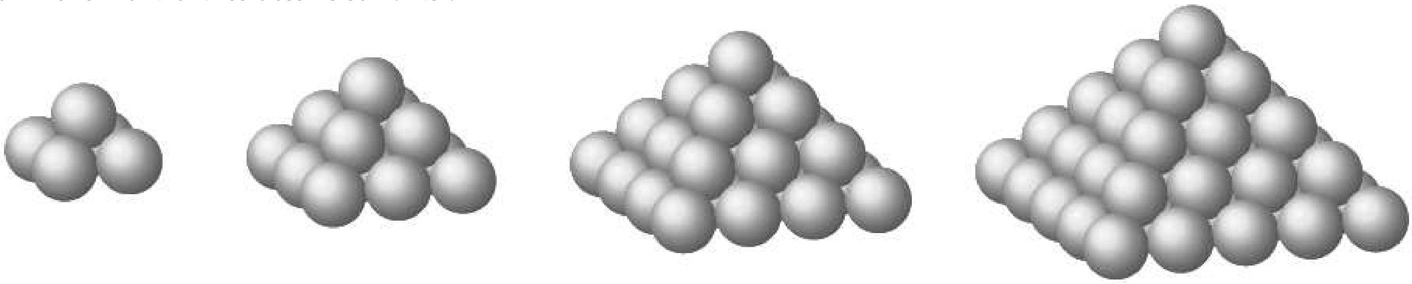
3) **Tarif**

Actuellement, un ticket de bus coûte 190 F. Le ticket de bus Calédorail coûterait 40 % plus cher.

Quel serait le prix du ticket de bus Calédorail ?

Exercice 7

Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVIᵉ siècle utilisaient souvent un type d'empilement pyramidal à base carrée, comme le montrent les dessins suivants :



Empilement à 2 niveaux — *Empilement à 3 niveaux* — *Empilement à 4 niveaux* — *Empilement à 5 niveaux*

1) Combien de boulets contient l'empilement à 2 niveaux ?

2) Expliquer pourquoi l'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets.

3) On range 55 boulets de canon selon cette méthode. Combien de niveaux comporte alors l'empilement obtenu ?

4) Ces boulets sont en fonte ; la masse volumique de cette fonte est de 7 300 kg/m^3.

On modélise un boulet de canon par une boule de rayon 6 cm.

Montrer que l'empilement à 3 niveaux de ces boulets pèse 92 kg, au kg près.

Rappels :

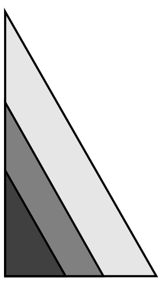
- ✔ *volume d'une boule* $= \dfrac{4}{3} \times \pi \times$ *rayon* $\times$ *rayon* $\times$ *rayon*.
- ✔ *une masse volumique de 7 300 kg/m^3 signifie que 1 m^3 pèse 7 300 kg.*

Exercice 8

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (*Figure 1*), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer.
Elle propose un découpage de la plaque (*Figure 2*).

Figure 1



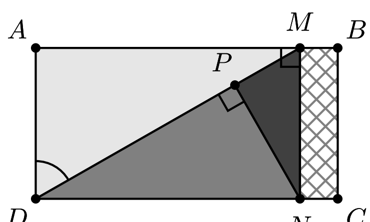


Figure 2

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- ✔ le triangle ADM est rectangle en A
- ✔ AD = 2 m
- ✔ $\widehat{\text{ADM}} = 60°$

1) Montrer que [AM] mesure environ $3,46$ m.

2) La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2.

Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.

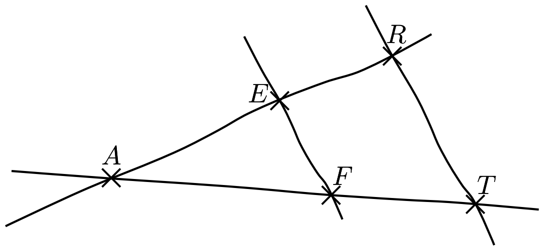
3) Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.

4) Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que $1,5$. Est-ce le cas ? Justifier.

Exercice 9

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.
On donne les informations suivantes :

- ✔ les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- ✔ AE = 8 cm, AF = 10 cm, EF = 6 cm ;
- ✔ AR = 12 cm, AT = 14 cm.



1) Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.

2) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{\text{EAF}}$ au degré près.

3) Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

Fichier 3 de révision (Correction)

Exercice 1

1) a) $1,9 = 2,4 - 5 \times 0,1$. $\boxed{\text{Au bout du cinquième mois, la pression sera descendue à 1,9 bar}}$.

   b) D'après le graphique, $\boxed{\text{le surplus de consommation est compris entre 2\% et 4,5\% environ}}$.

2) a) Sa consommation ne sera plus que de 85 % de sa consommation antérieure, soit :
   $6 \times 0,85 = \boxed{5,1 \text{ L/100 km}}$.

   b) Comme $20\ 000 = 200 \times 100$ et qu'il économisera 0,9 L tous les 100 km, il va donc économiser en un an :
   $200 \times 0,9 = \boxed{\text{180 L de carburant}}$.

   c) L'économie sera donc de $180 \times 1,35 = \boxed{243 \text{ €}}$.

   d) Comme $243 > 200$, $\boxed{\text{il pourra donc amortir la dépense pour le stage en une année}}$.

Exercice 2

1) O est le milieu de [AC] et de [BD] donc ABCD est un parallélogramme ;
   AC = AO + OC = OB + OD = BD ; les diagonales de ce parallélogramme ont la même longueur,
   $\boxed{\text{ABCD est donc un rectangle}}$.

2) Pour que ce rectangle ABCD soit un carré, il faut que ses diagonales soient perpendiculaires,c'est à dire que le triangle OAB soit rectangle en O.

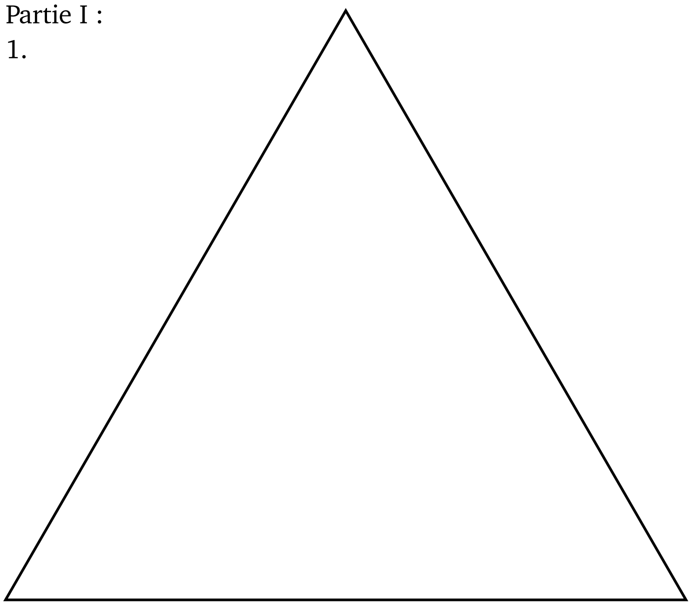
   Dans le triangle OAB, on a : $\begin{cases} \text{D'une part : } & AB^2 = 5^2 = 25 \\ \text{D'autre part : } & OA^2 + OB^2 = 3,5^2 + 3,5^2 = 12,25 + 12,25 = 24,5 \end{cases}$

   $AB^2 \neq OA^2 + OB^2$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée et le triangle OAB n'est donc pas rectangle, ce qui contredit l'affirmation proposée. $\boxed{\text{ABCD n'est donc pas un carré}}$.

Exercice 3

Partie I :

1.



2. a) Périmètre du rectangle
$$\begin{aligned} &= 2 \times \text{Longueur} + 2 \times \text{largeur} \\ &= 2 \times (4x + 1,5) + 2 \times (2x) \\ &= 8x + 3 + 4x \\ &= 12x + 3 \end{aligned}$$

   b) Il faut résoudre l'équation :
$$\begin{aligned} 12x + 3 &= 18 \\ 12x &= 18 - 3 \\ 12x &= 15 \\ x &= \frac{15}{12} \\ x &= 1,25 \end{aligned}$$

   En choisissant $x = 1,5$,
   le périmètre du rectangle mesurera 18 cm.

3. Périmètre du triangle
$$\begin{aligned} &= 3 \times \text{côté} \\ &= 3 \times (4x + 1) \\ &= 12x + 3 \\ &= \text{Périmètre du rectangle} \end{aligned}$$

   L'affirmation est donc vraie !

Partie II :

- ✔ A = 2 (on trace 2 fois la longueur puis 2 fois la largeur)
- ✔ B = 90 (un rectangle possède 4 angles droits de 90)°chacun)
- ✔ C = 3 (on trace les 3 côtés du triangle équilatéral)
- ✔ D = 120 (Il faut tourner de 120°pour repartir sur un angle de 60°).

Le premier script trace le rectangle et le second le triangle équilatéral.

Exercice 4

1) Dans le triangle PCD, rectangle et isocèle en P, on a d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} DC^2 &= PD^2 + PC^2 \\ &= 1,30^2 + 1,30^2 \\ &= 1,69 + 1,69 \\ &= 3,38 \quad \text{d'où} \\ DC &= \sqrt{3,38} \\ &\approx 1,838, \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le segment [DC] mesure donc environ 1,84 m au centimètre près.}}$

2) ABPE a quatre angles droits : c'est donc un rectangle.
PE $=$ PD $+$ DE $= 1,30 + 0,40 = 1,7$ m ;
PB $=$ PC $+$ CB $= 1,30 + 0,40 = 1,7$ m.
ABPE est donc un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est un carré.

3) Le périmètre du bac est donc égal approximativement à :
AB $+$ BC $+$ CD $+$ DE $+$ EA $= 1,7 + 0,4 + 1,84 + 0,4 + 1,7$ soit $\boxed{\text{6,04 m au centimètre près}}$.

4) La hauteur est suffisante. En longueur, deux planches ne suffisent pas ; $\boxed{\text{il faut 3 planches}}$.
En effet, $2 \times 2,40 = 4,80 < 6,04$ et $3 \times 2,40 = 7,20 > 6,04$.

5) $\mathcal{A}(\text{ABCDE}) = \mathcal{A}(\text{ABPE}) - \mathcal{A}(\text{CPD}) = 1,7^2 - \dfrac{1,3 \times 1,3}{2} = 2,89 - 0,845 = 2,045.$ $\boxed{\text{L'aire du bac est donc égale à } 2,045 \text{ m}^2.}$

6) Le volume du bac est égal au produit de l'aire de sa base par sa hauteur : $2,045 \times 0,15 = 0{,}322\ 5$ m^3.
or 1 m^3 $= 1\ 000$ dm^3 $= 1\ 000$ L. Donc le volume du bac en litres est égal environ à : $0{,}322\ 5 \times 1\ 000 = 322,5 > 300$.
$\boxed{\text{Il a donc fallu plus de 300 L de sable pour remplir ce bac}}$.

Exercice 5

1) Les moules ont la forme d'une demi-sphère donc le volume d'un moule $= \dfrac{\frac{4}{3} \times \pi \times r^3}{2}$

$$\begin{aligned} \text{Volume d'un moule} &= \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3}{2} \\ &= 18\pi \text{ cm}^3 \quad \text{Valeur exacte} \\ &\approx 56,5 \text{ cm}^3 \quad \text{Valeur arrondie au dixième de cm}^3 \text{ près.} \end{aligned}$$

2) 1 L $= 1\ 000$ cm^3.
Volume de pâte versée dans un moule $= \dfrac{3}{4} \times 57 = 42,75$ cm^3.
Nombre de moules remplis avec un litre de pâte $= \dfrac{1\ 000}{42,75} \approx 23,39$.
Elle pourra donc remplir environ 23 moules pour réaliser ses TAKOYAKI.

Exercice 6

1) Entre la station 1 et la station 4, il y a 3 intervalles de 450 m chacun environ.
$3 \times 450 = 1\ 350$ m. Il y a donc environ 1 350 m entre la station 1 et la station 4.

2) Il faut convertir 24 minutes en heures. Sachant qu'il y a 60 minutes dans une heure, 24 mn $= \dfrac{24}{60}$ h $= 0,4$ h.
Vitesse en km/h $= \dfrac{\text{Distance en km}}{\text{Durée en h}} = \dfrac{9,9}{0,4} = 24,75$. Sa vitesse moyenne est donc de 24,75 km/h.

3) Le ticket de Calédorail couterait 40% de plus que le ticket de bus à 190 F.
Il couterait donc 140% de 190 F, soit $\dfrac{140}{100} \times 190 = 266$. Le billet de Calédorail couterait alors 266 F.

Exercice 7

1) L'empilement à 2 niveaux contient $4 + 1 = 5$ boulets.

2) L'empilement à 3 niveaux contient $9 + 4 + 1 = 14$ boulets.

3) Avec 4 niveaux on peut ranger $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ boulets. Il faut donc un niveau de plus de $5 \times 5 = 25$ boulets.
Sur 5 niveaux il y aura $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$ boulets exactement.

4) ✔ Volume d'un boulet : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 6 = 288\pi$ cm^3.
   ✔ L'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets qui ont un volume total de $14 \times 288\pi = 4\,032\pi$ cm^3 $\approx 12\,667$ cm^3.

12 667 cm^3=12,667 dm^3 = 0,012 667 m^3.
Et 1 m^3 de fonte a une masse de 7 300 kg donc les 14 boulets ont une masse de : $0{,}012\,667 \times 7\,300 \approx 92,46$ kg,
soit 92 kg au kilogramme près.

Exercice 8

1) Dans le triangle ADM rectangle en A, on a : $\tan\widehat{\text{ADM}} = \dfrac{\text{côté opposé à D}}{\text{côté adjacent à D}} = \dfrac{\text{AM}}{\text{AD}}$, soit $\tan(60) = \dfrac{\text{AM}}{2}$,
d'où AM $= 2 \times \tan 60 \approx 3{,}464$ soit 3,46 m au centième près.
[AM] mesure environ 3,46 m.

2) Comme M appartient à [AB], on a MB = AB − AM, soit MB $\approx 4 - 3,46 \approx 0,54$.
La proportion de plaque non utilisée est $\dfrac{\text{MB}}{\text{AB}} \approx \dfrac{0,54}{4} \approx 0,14$ au centième près.

3) Dans tout triangle, la somme des angles est égale à 180°.
   ✔ On a dans le triangle AMD, un angle de 90°en A, un angle de 60°en D et un angle de 30°en M.
   ✔ Dans le triangle DPN rectangle en P, on a donc un angle de 90° en P.
   De plus, son angle en D mesure $90 - 60$, soit 30°.
   Et son angle en N mesure donc 60 $^\circ$. $(180 - 90 - 30 = 60)$
   ✔ Enfin, dans le triangle MPN rectangle en P, on a donc un angle de 90°en P.
   De plus, son angle en M mesure $90 - 30$, soit 60°.
   Et enfin, son angle en N mesure donc 30 $^\circ$.$(180 - 90 - 60 = 30)$

Les trois triangles AMD, DPN et MPN ont donc les mêmes angles, ils sont par conséquent semblables.

4) Les triangles DNP et ADM sont semblables.
Le rapport d'agrandissement pour passer de DNP à ADM est par exemple, le rapport $\dfrac{\text{DM}}{\text{DN}}$ des hypoténuses.
On a DN = AM $\approx 3,46$.
Dans ADM rectangle en A, on a $\cos\widehat{\text{ADM}} = \dfrac{\text{AD}}{\text{DM}}$, soit $\cos 60 = \dfrac{2}{\text{DM}}$.
On a donc $\cos 60 \times \text{DM} = 2$, soit DM $= \dfrac{2}{\cos 60}$.
On a DM $= 4$. Le rapport d'agrandissement est $\dfrac{4}{3,46}$, soit environ $1,16$. Il est donc inférieur à $1,5$.

Exercice 9

1) $[AF]$ est le côté le plus grand du triangle AEF.
D'une part, $AF^2 = 10^2 = 100$.
D'autre part, $AE^2 + EF^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
On a donc $AF^2 = AE^2 + EF^2$,
donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle AEF est bien rectangle en E.

2) Dans le triangle AEF rectangle en E, on a $cos\left(\widehat{EAF}\right) = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{8}{10} = 0,8$.
Grâce à la calculatrice, on trouve que l'angle $\widehat{EAF}$ mesure environ 37°(au degré près).

3) Si les droites (EF) et (RT) sont parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire que $\dfrac{\text{AE}}{\text{AR}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AT}}$, soit $\dfrac{8}{12} = \dfrac{12}{14}$;
or $8 \times 14 = 112$ et $12 \times 12 = 144$ donc les quotients précédents ne sont pas égaux et les droites (EF) et (RT) ne sont pas parallèles.