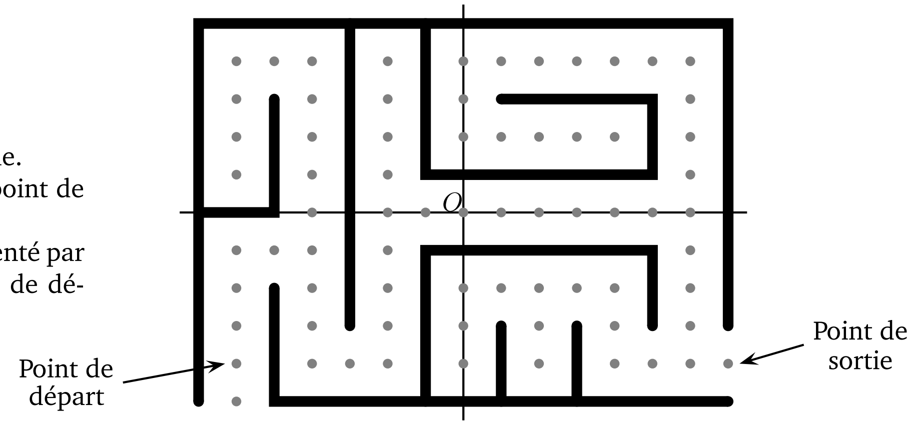
Fichier 4 de révision

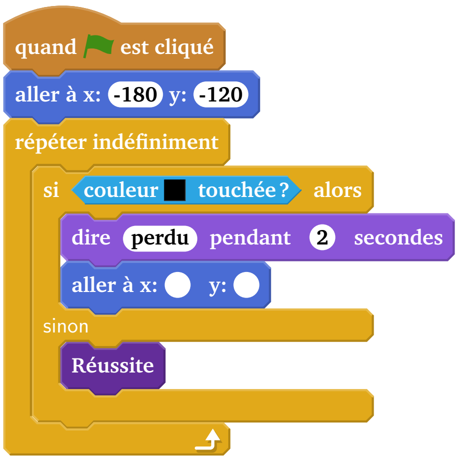
Exercice 1

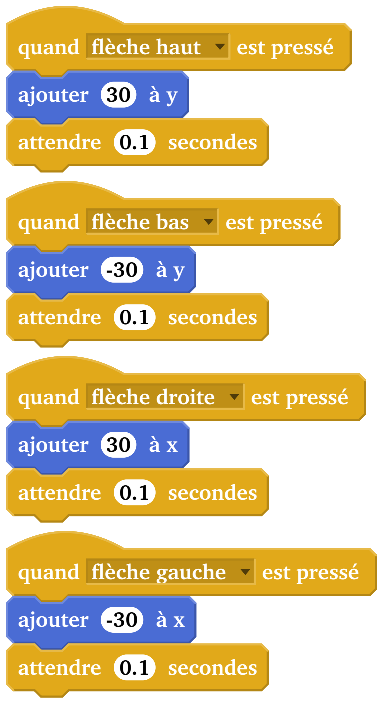
On a programmé un jeu.
Le but du jeu est de sortir du labyrinthe.
Au début du jeu, le lutin se place au point de départ.
Lorsque le lutin touche un mur, représenté par un trait noir épais, il revient au point de départ.



L'arrière-plan est constitué d'un repère d'origine O avec des points espacés de 30 unités verticalement et horizontalement. Dans cet exercice, on considèrera que seuls les murs du labyrinthe sont noirs.

Voici le programme :





Le bloc Réussite correspond à un sous-programme qui fait dire « Gagné ! » au lutin lorsqu'il est situé au point de sortie ; le jeu s'arrête alors.

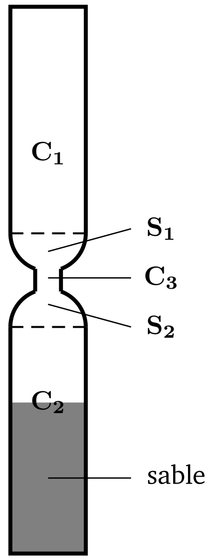
1) Recopier et compléter l'instruction aller à x: ( ) y: ( ) du programme pour ramener le lutin au point de départ si la couleur noire est touchée.

2) Quelle est la distance minimale parcourue par le lutin entre le point de départ et le point de sortie ?

3) On lance le programme en cliquant sur le drapeau. Le lutin est au point de départ.
On appuie brièvement sur la touche ↑ (« flèche haut ») puis sur la touche → (« flèche droite »).
Quelles sont toutes les actions effectuées par le lutin ?

Exercice 2

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.



Un sablier est composé de

- ✔ Deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur $4,2$ cm et de diamètre $1,5$ cm
- ✔ Un cylindre C_3
- ✔ Deux demi-sphères S_1 et S_2 de diamètre $1,5$ cm

On rappelle le volume V d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h :

$$V = B \times h,$$

1) a) Au départ, le sable remplît le cylindre C_2 aux deux tiers.
Montrer que le volume du sable est environ $4,95$ cm^3.

   b) On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à 1,98 cm^3/min, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.

2) En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant.

Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement de ce sablier.

Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant :

Temps mesuré	2 min 22s	2 min 24s	2 min 26s	2 min 27s	2 min 28s	2 min 29s	2 min 30s	2 min 31s	2 min 32s	2 min 33s	2 min 34s	2 min 35s	2 min 38s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7	6	3	1	2	3	2	3

   a) Combien de tests ont été réalisés au total ?

   b) Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé :

   - ✔ L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
   - ✔ La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
   - ✔ La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

   Le sablier testé sera-t-il éliminé ?

Exercice 3

Nina et Claire ont chacune un programme de calcul.

Programme de Nina	**Programme de Claire**
Choisir un nombre de départ. Soustraire 1. Multiplier le résultat par -2. Ajouter 2.	Choisir un nombre de départ. Multiplier ce nombre par $-\dfrac{1}{2}$. Ajouter 1 au résultat.

1) Montrer que si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtiendra un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.

2) Quel nombre de départ Nina doit-elle choisir pour obtenir 0 à la fin ?

3) Nina dit à Claire : « Si on choisit le même nombre de départ, mon résultat sera toujours quatre fois plus grand que le tien ».

   A-t-elle raison ?

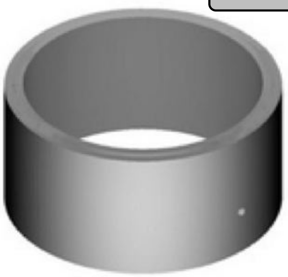
Exercice 4

Pour fabriquer un puits dans son jardin, M^me^ Martin a besoin d'acheter 5 cylindres en béton comme celui décrit ci-dessous.

Dans sa remorque, elle a la place pour mettre les 5 cylindres mais elle ne peut transporter que 500 kg au maximum.

À l'aide des caractéristiques du cylindre, déterminer le nombre minimum d'allers-retours nécessaires à M^me^ Martin pour rapporter ses 5 cylindres avec sa remorque.

Caractéristiques d'un cylindre



✔ diamètre intérieur : 90 cm
✔ diamètre extérieur : 101 cm
✔ hauteur : 50 cm
✔ masse volumique du béton : 2 400 kg/m^3

Rappel : volume d'un cylindre $= \pi \times$ rayon $\times$ rayon $\times$ hauteur

Exercice 5

Une assistante maternelle gardait plusieurs enfants dont Farida qui est entrée à l'école en septembre 2017.
Ses parents ont alors rompu leur contrat avec cette assistante maternelle.
La loi les oblige à verser une « indemnité de rupture ».
Le montant de cette indemnité est égal au 1/120^e du total des salaires nets perçus par l'assistante maternelle pendant toute la durée du contrat.
Ils ont reporté le montant des salaires nets versés, de mars 2015 à août 2017, dans un tableur comme ci-dessous :

G16 ▼ ▼ ✔ fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	**Salaires nets versés en 2015 (en €)**												
2													
3	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
4			77,81	187,11	197,21	197,11	187,11	170,63	186,28	191,37	191,37	197,04	1 783,04
5													
6	**Salaires nets versés en 2016 (en €)**												
7													
8	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
9	191,37	191,37	191,37	197,04	194,21	191,37	211,21	216,89	212,63	212,63	218,3	218,3	2 446,69
10													
11	**Salaires nets versés en 2017 (en €)**												
12													
13	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
14	223,97	261,64	270,15	261,64	261,64	267,3	261,64	261,64					2 069,62
15													
16	Montant total des salaires versés (en €)												
17													
18	Montant de l'indemnité de rupture de contrat (en €)												
19													

1) a) Que représente la valeur 1 783,04 dans la cellule M4 ?
   b) Quelle formule a-t-on écrit dans la cellule M4 pour obtenir cette valeur ?
   c) Dans quelle cellule doit-on écrire la formule $=$ M4 $+$ M9 $+$ M14 ?
2) Déterminer le montant de « l'indemnité de rupture ». Arrondir au centime d'euro près.
3) Déterminer le salaire moyen net mensuel versé à cette assistante maternelle sur toute la durée du contrat de la famille de Farida. Arrondir au centime d'euro près.
4) Calculer l'étendue des salaires versés.

Exercice 6

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats de la finale du 200 m hommes des Jeux Olympiques de Rio de Janeiro en 2016, remporté par Usain Bolt en $19,78$ secondes.

Rang	Athlète	Nation	Performance en seconde
1	U. Bolt	Jamaïque	19,78
2	A. De Grasse	Canada	20,02
3	C. Lemaitre	France	20,12
4	A. Gemili	Grande-Bretagne	20,12
5	C. Martina	Hollande	20,13
6	L. Merrit	USA	20,19
7	A. Edward	Panama	20,23
8	R. Guliyev	Turquie	20,43

1) Calculer la vitesse moyenne en m/s de l'athlète le plus rapide. Arrondir au centième.

2) Calculer la moyenne des performances des athlètes. Arrondir au centième.

3) En 1964 à Tokyo, la moyenne des performances des athlètes sur le 200 m hommes était de $20,68$ s et l'étendue était de $0,6$ s. En comparant ces résultats à ceux de 2016, qu'observe-t-on ?

Exercice 7

« S'orienter à 90 » signifie que l'on se tourne vers la droite.

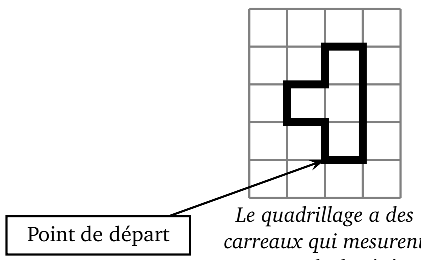
Mathieu, Pierre et Elise souhaitent tracer le motif ci-contre à l'aide de leur ordinateur.

Ils commencent tous par le **script commun** ci-contre, mais écrivent un script **Motif** différent.

Script commun aux trois élèves

```
Quand [drapeau] est cliqué
aller à x: -160 y: -100
s'orienter à 90
effacer tout
mettre la taille du stylo à 4
stylo en position d'écriture
Motif
```

Motif



Le quadrillage a des carreaux qui mesurent 10 pixels de côté.

Motif de Mathieu

```
définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 20
répéter 2 fois
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 20
```

Motif de Pierre

```
définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
répéter 2 fois
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
```

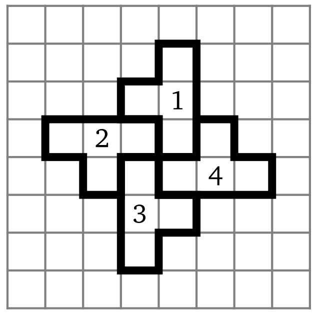
Motif de d'Élise

```
définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
répéter 2 fois
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
    tourner ↻ de 90 degrés
    avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
```

1) Tracer le motif de Mathieu en prenant comme échelle : 1 cm pour 10 pixels.

2) Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ?

On ne demande pas de justifier.

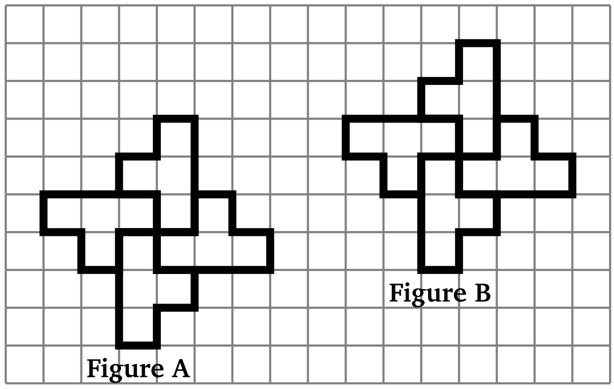


3) a) On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-contre.
Quelle transformation du plan permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ?

b) Modifier le **script commun** à partir de la ligne 7 incluse pour obtenir la figure voulue. On écrira sur la copie uniquement la partie modifiée. Vous pourrez utiliser certaines ou toutes les instructions suivantes :

4) Un élève trace les deux figures A et B que vous trouverez sur le graphique ci-contre.

Placer sur ce graphique le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en figure B.



Exercice 8

1) a) Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 2 744.

b) En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de $2\ 744^2$.

c) À l'aide de cette décomposition, trouver x tel que $x^3 = 2\ 744^2$.

2) Soient a et b deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que $a^3 = b^2$.

a) Calculer b lorsque $a = 100$.

b) Déterminer deux nombres entiers a et b supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité $a^3 = b^2$.

Fichier 4 de révision (Correction)

Exercice 1

1) Il faut reculer de 6 points et descendre de 4 points. $-6 \times 30 = -180$ et $-4 \times 30 = -120$,.

Donc il faut saisir l'instruction suivante : `aller à x: -180 y: -120`

2) Le chemin le plus court : monter de 3, aller à droite de 2, descendre de 3, aller à droite de 2, monter de 4, aller à droite de 8, descendre de 4, aller à droite de 1. donc en tout 27 pas de 30 unités soit 810 unités.

3) Le lutin monte de 30 unités puis se déplace vers la droite de 30 unités.

Il percute le mur. le jeu annonce « Perdu » et replace le lutin au point de départ.

Exercice 2

1) a) ✔ Le diamètre de C_2 est $1,5$ cm. Son rayon est donc égal à $\dfrac{1,5}{2} = 0,75$ cm.

✔ L'aire $\mathcal{B}$ de sa base est égale à $\pi \times r^2 = \pi \times 0,75^2$ cm^2.

✔ Son volume est $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h = \pi \times 0,75^2 \times 4,2$ cm^3.

Sachant que le sable remplit aux deux tiers le cylindre C_2, le volume de sable est $\dfrac{2}{3} \times \pi \times 0,75^2 \times 4,2$,

soit environ $4,95$ cm^3.

b) On a : volume = vitesse d'écoulement $\times$ temps.

Donc le temps d'écoulement est égal à : $\dfrac{\text{volume}}{\text{vitesse d'écoulement}} = \dfrac{4,95}{1,98} = 2,5$ min, soit 2 minutes 30 secondes.

2) a) On a : $1+1+2+6+3+7+6+3+1+2+3+2+3 = 40$. On a effectué 40 tests.

b) ✔ La plus grande valeur est 2 min 38 s et la plus petite est 2 min 22 s.
L'étendue, égale à la différence entre ces deux valeurs extrêmes, est de 16 secondes, inférieure à 20 s.

✔ $\dfrac{40+1}{2} = 20,5$. La médiane est la moyenne entre la 20$^{\text{ème}}$ valeur de la série ordonnée et la 21$^{\text{ème}}$ valeur.
Or, on a $1+1+2+6+3+7 = 20$, donc la 20$^{\text{ème}}$ valeur est 2 min 29 s et la 21$^{\text{ème}}$ est 2 min 30.
La médiane est bien comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.

✔ Comme tous les temps commencent par 2 min, il suffit de faire la moyenne des secondes en faisant :

$$\frac{1 \times 22 + 1 \times 24 + \ldots + 2 \times 35 + 3 \times 38}{40} = \frac{1\,204}{40} = 30,1$$

.
La moyenne des temps vaut donc 2 min 30,1 s, elle est bien comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Les 3 conditions sont donc vérifiées, le sablier testé ne sera pas éliminé.

Exercice 3

1)

$$\begin{array}{lcl} \text{Nina} & : & 1 \\ & : & 1 - 1 = 0 \\ & : & 0 \times (-2) = 0 \\ & : & 0 + 2 = \boxed{2} \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} \text{Claire} & : & 1 \\ & : & 1 \times (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \\ & : & -\frac{1}{2} + 1 = \boxed{\frac{1}{2}} \end{array}$$

Et le résultat de Nina est bien 4 fois plus grand que celui de Claire $\left(2 = 4 \times \dfrac{1}{2}\right)$.

2) En faisant les opérations inverses du programme, on obtient la réponse à notre question.

$$\begin{array}{rcl} \text{Pour obtenir} & : & 0 \\ & : & 0-2=-2 \\ & : & -2\div(-2)=1 \\ & : & 1+1=\boxed{2} \quad \text{,Nina doit choisir 2.} \end{array}$$

3) Choisissons x dans les deux programmes :

$$\begin{array}{rcl} \text{Nina} & : & x \\ & : & x-1 \\ & : & (x-1)\times(-2) \\ & : & (x-1)\times(-2)+2=-2x+2+2=\boxed{-2x+4} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Claire} & : & x \\ & : & x\times(-\frac{1}{2}) \\ & : & x\times(-\frac{1}{2})+1=\boxed{-0,5x+1} \end{array}$$

$\boxed{\text{Nina a raison}}$ car $4\times(-0,5x+1)=-2x+4$!

Exercice 4

Volume du cylindre extérieur : $V_1=\pi\times 50,5^2\times 50=127\ 512{,}5\pi\ \text{cm}^3$;
Volume du cylindre intérieur : $V_2=\pi\times 45^2\times 50=101{,}250\pi\ \text{cm}^3$;
Volume béton : $V_1-V_2=127\ 512{,}5\pi-101\ 250\pi=26\ 262{,}5\pi\approx 82\ 506{,}1\ \text{cm}^3$ ou environ 82,506 dm^3 ou $\boxed{0{,}082\ 5\ \text{m}^3}$.
Un tube a donc une masse environ égale à : $0{,}082\ 5\times 2\ 400=\boxed{198\ \text{kg}}$.
Comme $2\times 198=396<500$ et $3\times 198=554>500$, Mme Martin ne peut porter que deux tubes au maximum par voyage ;
$\boxed{\text{Il lui faudra donc faire trois voyages}}$, les deux premiers avec deux tubes chacun et un dernier voyage avec le 5$^{\text{ème}}$ tube.

Exercice 5

1) a) 1 783,04 € représente $\boxed{\text{la somme des salaires versés à l'assistante maternelle de mars à décembre 2015}}$.

b) $\boxed{\text{=SOMME(C4 : L4)}}$.

c) $\boxed{\text{Il faut taper cette formule dans la cellule G16}}$ car elle correspond au montant total des salaires versés.

2) La somme des salaires versés en trois ans est égale à : $1\ 783{,}04+2\ 446{,}69+2\ 069{,}62=6\ 299{,}35$.

L'indemnité de rupture est donc égale à $\dfrac{6\ 299{,}35}{120}\approx 52,49$. $\boxed{\text{La famille devra donc verser } 52,49\,€ \text{ à l'assistante sociale}}$.

3) Le salaire total, $6\ 299{,}35$ €a été versé sur 30 mois, soit un salaire moyen de $\dfrac{6\ 299{,}35}{30}\approx 209,98$.

$\boxed{\text{En moyenne, l'assistante sociale a touché 209,98 € par mois.}}$

4) Son salaire le plus bas est 77,81 € et son salaire le plus haut est 270,15 € ;

Étendue des salaires : $270,15-77,81=192,34$. $\boxed{\text{Il y a 192,34 € d'écart entre son meilleur salaire et son moins bon.}}$

Exercice 6

1) Usain Bolt a parcouru ce 200 m en 19,78 s.

Appelons v sa vitesse moyenne. On a : $v=\dfrac{\text{Distance parcourue en m}}{\text{Durée de la course en s}}=\dfrac{200}{19,78}\approx 10,11$ m/s (au centième près).

Usain Bolt a donc couru ce 200 m à la vitesse moyenne de 10,11 mètres par seconde environ.

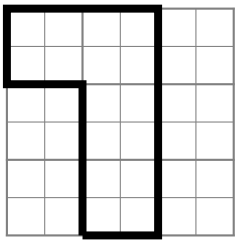
2) Le temps moyen pour les huit finalistes est : $t=\dfrac{19,78+20,02+\ldots+20,43}{8}=\dfrac{161,02}{8}=20,127$,

soit environ 20,13 s au centième près.

3) ✔ Calcul de l'étendue en 2016 :
$20,43-19,78=0,65$.
Il y a 0,65 seconde d'écart entre le coureur le plus rapide et le coureur le moins rapide sur cette course.

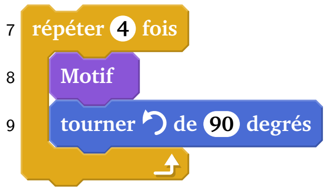
✔ En 2016, l'étendue des performances est de 0,65 s et la moyenne de 20,13 s : donc les étendues sont sensiblement les mêmes mais la moyenne a baissé de 0,55 s.

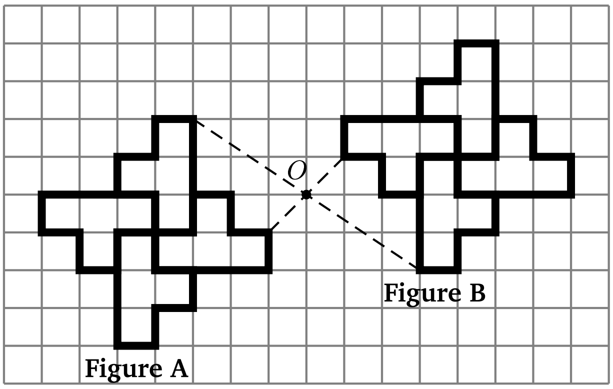
Exercice 7

1) 

2) C'est le motif d'Élise.

3) a) La rotation de centre le point commun des quatre motifs (au centre de la figure) et de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre permet de passer de 1 à 2, de 2 à 3 et de 3 à 4.

b) 

4) 

Exercice 8

1) a)

$$\begin{aligned} 2\,744 &= 2\times 1372 \\ &= 2\times 2\times 686 \\ &= 2\times 2\times 2\times 343 \\ &= 2\times 2\times 2\times 7\times 49 \\ &= 2\times 2\times 2\times 7\times 7\times 7 \\ &= \boxed{2^3\times 7^3} \end{aligned}$$

b) Le résultat précédent entraîne : $2\,744^2 = \left(2^3\times 7^3\right)^2 = \left(2^3\right)^2 \times \left(7^3\right)^2 = \boxed{2^6\times 7^6}$.

c) Inversement, le résultat précédent peut s'écrire :
$2\,744^2 = 2^6\times 7^6 = \left(2^2\right)^3 \times \left(7^2\right)^3 = \left(2^2\times 7^2\right)^3 = (4\times 49)^3 = \boxed{196^3}$.

2) a) On a donc $100^3 = b^2$ ou $1\,000\,000 = b^2$, d'où $b = 1\,000$.

b)
- ✔ Si $a = 3,\ a^3 = 27$ qui n'est pas un carré ;
- ✔ Si $a = 4,\ a^3 = 64$ qui est le carré de 8 ;
- ✔ Si $a = 5,\ a^3 = 125$ qui n'est pas un carré ;
- ✔ Si $a = 6,\ a^3 = 216$ qui n'est pas un carré ;
- ✔ Si $a = 7,\ a^3 = 343$ qui n'est pas un carré ;
- ✔ Si $a = 8,\ a^3 = 512$ qui n'est pas un carré ;
- ✔ Si $a = 9,\ a^3 = 729$ qui est le carré de 27, mais $27 > 10$.

Il y a donc une solution : $\boxed{4^3 = 8^2}$.